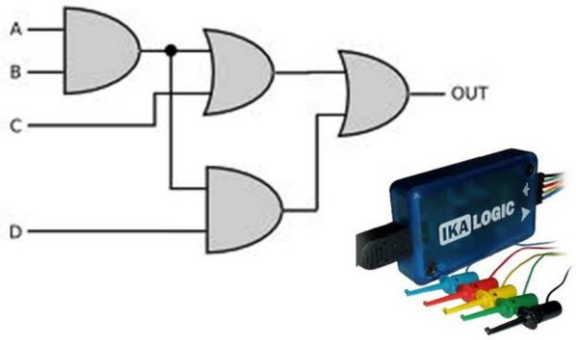
บทที่ 2

ฟังก์ชันลอจิก



วัตถุประสงค์

1. เข้าใจการทำงานของลอจิกเกตพื้นฐานเปรียบเทียบกับสวิตช์
2. เขียนสมการพีชคณิตจากวงจรลอจิกเกตได้
3. เขียนวงจรลอจิกเกตจากสมการพีชคณิตได้
4. เขียนเอาต์พุตของวงจรลอจิกเกตและจากสมการพีชคณิตได้

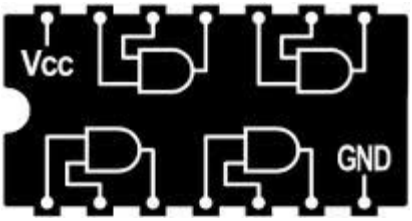
2-1 ลอจิกเกต

เกตต่าง ๆ ซึ่งเป็นหลักการเบื้องต้นที่เป็นพื้นฐานของวงจรลอจิกนั้น แบ่งได้ตามคุณสมบัติการทำงานได้ดังนี้

1. เกต แอนด์ (AND gate)
2. เกต ออร์ (OR gate)
3. เกต แนนด์ (NAND gate)
4. เกต นอร์ (NOR gate)
5. เกต นอต (NOT gate)
6. เกตพิเศษอื่น ๆ เช่น เกต เอกซ์คลูซิฟออร์ (Exclusive – OR gate) และเกตเอกซ์-คลูซีฟนอร์ (Exclusive-NOR gate)

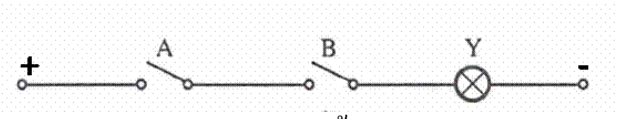
เกตต่าง ๆ เหล่านี้จะมีคุณสมบัติ สัญลักษณ์และวงจรที่แตกต่างกัน บางเกตจะมีขาอินพุตมากกว่า 2 ขั้ว เช่น เกตแอนด์ เกตออร์ เกตแนนด์ และเกตนอร์ บางเกตอาจมีเพียงอินพุตเดียว เช่น เกตนอต หรือเกตอินเวอร์เตอร์ ทั้งนี้ย่อมขึ้นอยู่กับความเหมาะสม และหน้าที่การนำไปใช้งาน ส่วนขาเอาต์พุตปกติจะมีเพียงขาเดียว

2-1-1 เกต แอนด์

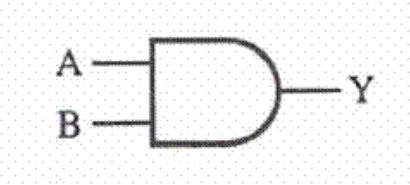


เกต แอนด์สามารถทำความเข้าใจได้ง่าย ถ้าหากเขียนแทนด้วยสวิตช์ และหลอดไฟ ซึ่งประกอบด้วยสวิตช์ 2 ตัว คือ A และB ต่อแบบอนุกรมกัน ส่วนหลอดไฟใช้แทนเอาต์พุต Y โดยกำหนดสถานะของลอจิกดังนี้

สวิตช์ปิด (ครบวงจร)	**เป็น 1 หรือ H (High)**
สวิตช์เปิด (ไม่ครบวงจร)	**เป็น 0 หรือ L (Low)**
หลอดไฟติดสว่าง	**เป็น 1 หรือ H (High)**
หลอดไฟดับ	**เป็น 0 หรือ L (Low)**



(ก) วงจรพื้นฐาน



(ข)สัญลักษณ์

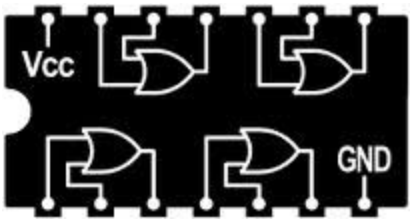
A	*B*	*Y*
0	**0**	**0**
0	**1**	**0**
1	**0**	**0**
1	**1**	**1**

(ค) ตารางความจริง

รูปที่ 2-1 แสดงวงจรพื้นฐาน สัญลักษณ์และตารางความจริงของเกต แอนด์

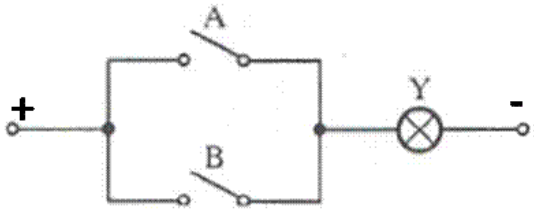
จากตารางความจริง จะเห็นว่าในกรณี 2 อินพุต เขียนสถานะของอินพุตที่ไม่ซ้ำกันได้เพียง 4 แบบ มีเพียงสถานะเดียวเท่านั้น ที่หลอดติดสว่าง คือ ลำดับที่ 4 ตารางที่เขียนขึ้นนี้จะเป็นจริงเสมอและยังแสดงคุณสมบัติเฉพาะตัวของเกต แอนด์ และถ้าเขียนเป็นสมการพีชคณิตลอจิกของเกต แอนด์ คือ

$$Y = A \cdot B$$

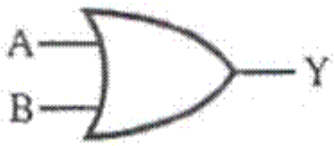


2-1-2 เกต ออร์

เกต ออร์เขียนแทนด้วยสวิตช์และหลอดไฟ โดยให้สวิตช์ A และ B ขนานกัน ซึ่งเปรียบเหมือนอินพุตของวงจร และหลอด Y เป็นเอาต์พุตของวงจร โดยกำหนดสถานะลอจิกทางด้านอินพุตเหมือนกับเกต แอนด์



(ก) วงจรพื้นฐาน



(ข) สัญลักษณ์

A	*B*	*Y*
0	**0**	**0**
0	**1**	**1**
0	**1**	**1**
1	**1**	**1**

(ค) ตารางความจริง

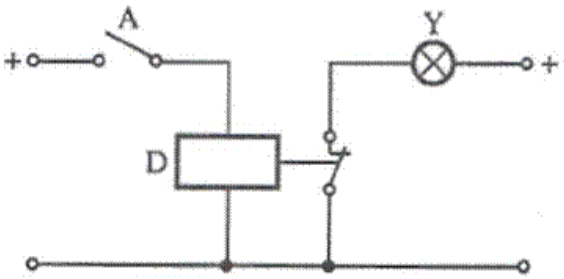
รูปที่ 2-2 แสดงวงจรพื้นฐาน สัญลักษณ์ และตารางความจริงของเกต ออร์

ในตารางความจริงของเกต ออร์นั้น พิจารณาการทำงานในลำดับที่ 1 สวิตช์ A และ B ทั้งคู่เปิดพร้อมกัน หลอด Y จะดับ ได้สถานะลอจิกเป็น “0” แต่ถ้าหากขณะใด A หรือ B หรือทั้งคู่ปิด หลอด Y จะสว่างทันที ดังนั้นเกต ออร์ จึงมีสถานะเดียวที่หลอดดับหรือสถานะลอจิกเป็น “0” เกต ออร์ มีสมการพีชคณิตลอจิก คือ

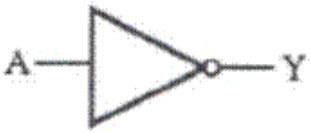
$$Y = A + B$$

2-1-3 เกตนอต

เกตนอต หรือ เกตอินเวอร์เตอร์ (Inverter gate) เขียนแทนด้วยวงจรรีเลย์ ซึ่งประกอบด้วย สวิตช์ A รีเลย์ D และหลอดไฟ Y โดยกำหนดสถานะลอจิกเหมือกับเกต แอนด์หรือเกต ออร์



(ก) วงจรพื้นฐาน

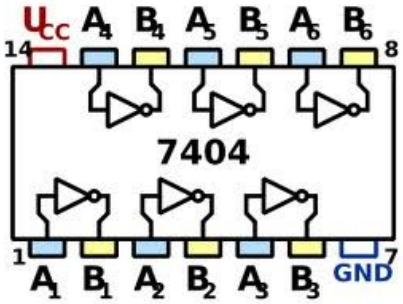


(ข) สัญลักษณ์

A	*Y*
0	**1**
1	**0**

(ค) ตารางความจริง

รูปที่ 2-3 แสดงวงจรพื้นฐาน สัญลักษณ์และตารางความจริงของเกต นอต

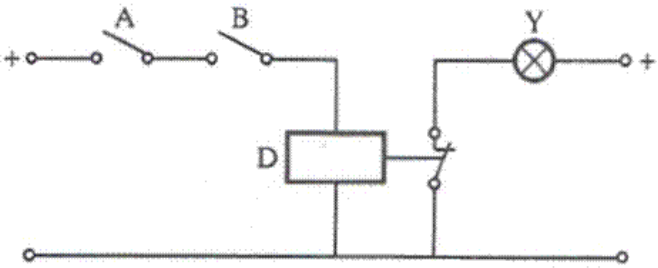


จากตารางความจริง ลำดับที่ 1 ถ้าอินพุตมีสถานะลอจิกเป็น “0” เอาต์พุตจะเป็น “1” หมายถึง ถ้าสวิตช์ A เปิด หลอดไฟจะติดสว่างตลอดเวลา วงจรของรีเลย์จะไม่ครบวงจร ทำให้คอนแท็กของรีเลย์ D ยังคงปิดอยู่ แต่ถ้าหากขณะใดสวิตช์ A ปิดรีเลย์ทำงาน คอนแท็กของรีเลย์จะเปิดออก หลอดจะดับ ได้สถานะลอจิกเอาต์พุตเป็น “0” สมการพีชคณิตของวงจร คือ

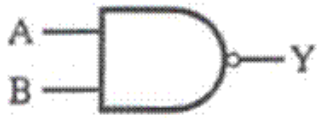
$$Y = \overline{A}$$

2.4.1 เกต แนนด์

เกต แนนด์เขียนวงจรโดยการใช้วงจรสวิตช์ และรีเลย์ประกอบกัน ด้วยวงจรเกต แอนด์และเกตอินเวอร์เตอร์**(เกต แนนด์ คือ เกต น็อต-แอนด์)**โดยกำหนดให้สวิตช์ A และ B เป็นอินพุตของวงจร และหลอด Y เป็นเอาต์พุตของวงจร การกำหนดสถานะของลอจิกอินพุตเหมือนกับเกต แอนด์หรือเกต ออร์



(ก) วงจรพื้นฐาน

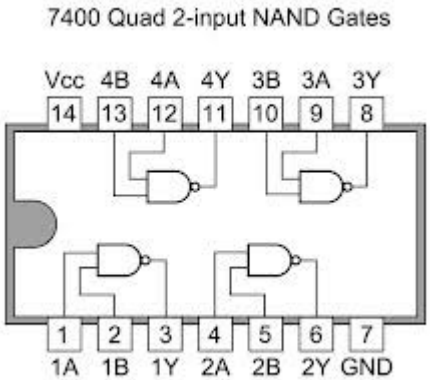


(ข) สัญลักษณ์

A	*B*	*Y*
0	**0**	**1**
0	**1**	**1**
1	**0**	**1**
1	**1**	**0**

(ค)ตารางความจริง

รูปที่ 2-4 แสดงวงจรพื้นฐาน สัญลักษณ์ และตารางความจริงของเกตแนนด์

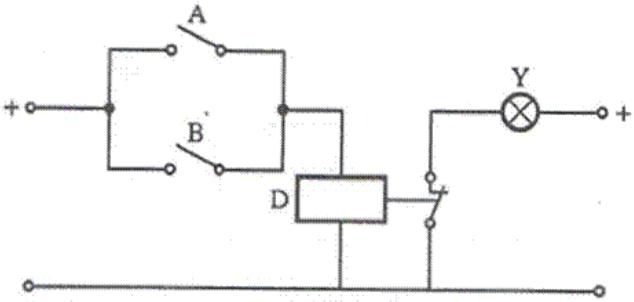


จากตารางความจริง ลำดับที่ 1 สวิตช์ A และ B เปิดออก รีเลย์ D ไม่ทำงาน หลอด Y จะติดสว่าง ได้ลอจิกเป็น “1” ลำดับที่ 2 และ 3 สวิตช์อันใดอันหนึ่งปิดหรือเปิด ผลที่ได้เหมือนกับลำดับที่ 1 คือ รีเลย์ไม่ทำงานหลอดไฟก็สว่างอยู่สถานะยังคงเป็น “1” แต่ในลำดับที่ 4 ทั้งสวิตช์ A และ B ปิด สถานะลอจิกอินพุตทั้งคู่เป็น “1” รีเลย์ทำงาน ทำให้หน้าสัมผัสของรีเลย์แบบปกติปิดทำงาน เปิดออกตัดวงจร หลอดไฟ Y ก็จะดับ สถานะลอจิกขณะนี้เป็น “0” ส่วนสมการพีชคณิตลอจิกของวงนี้ คือ

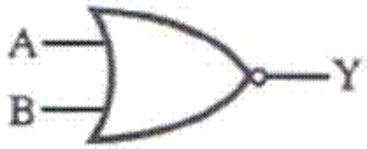
$$Y = \overline{A \cdot B}$$

2-1-5 เกต นอร์

เกต นอร์เขียนแทนด้วยสวิตช์ A และ B รีเลย์ D และหลอดไฟ Y ซึ่งทำหน้าที่เป็นเอาต์พุตของวงจร**(เกต นอร์ คือ เกต น็อต-ออร์)**



(ก) วงจรพื้นฐาน

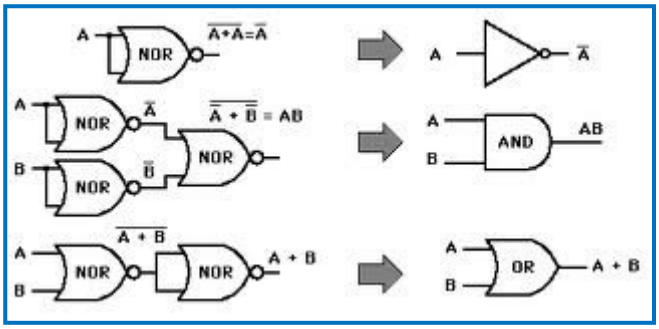


(ข) สัญลักษณ์

A	*B*	*Y*
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

(ค)ตารางความจริง

รูปที่ 2-5 แสดงวงจรพื้นฐาน สัญลักษณ์ และตารางความจริงของเกตนอร์

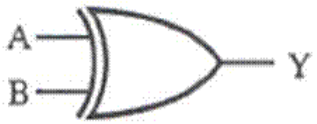


จากตารางความจริง ลำดับที่ 1 ถ้าเปิดสวิตช์ A และ B ไว้พร้อม ๆ กัน รีเลย์ D จะไม่ทำงาน หลอดไฟ Y ติดสว่าง จะได้สถานะของลอจิกเป็น “1” แต่ถ้าหากขณะใดสวิตช์ A หรือ B หรือทั้งคู่ปิด หลอดไฟ Y จะดับ ได้สถานะลอจิกเป็น “0” เสมอ ส่วนสมการพีชคณิตลอจิก คือ

$$Y = \overline{A+B}$$

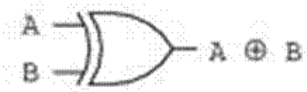
2.1.6 เกต เอกซ์คลูซีฟออร์

เกตชนิดนี้เกิดจากการนำเอาเกตนอต เกตแอนด์ และเกตออร์ มาต่อร่วมกัน สัญญาณเอาต์พุตจะปรากฏเป็นลอจิก “1” ก็ต่อเมื่ออินพุต A และ B มีค่าเป็นลอจิก “0” และ “1” หรือตรงข้ามกัน ถ้านอกเหนือจากกรณีเหล่านี้ เอาต์พุตตะปรากฏเป็นลอจิก “0”



A	*B*	*Y*
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

รูปที่ 2-6 แสดงสัญลักษณ์ และตารางความจริงของเกต เอกซ์คลูซีฟออร์

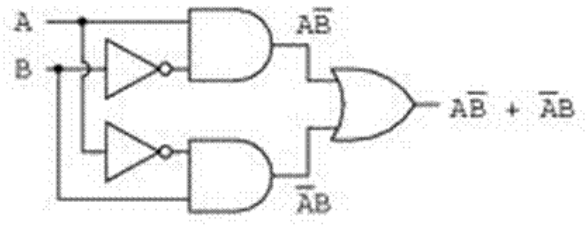


สมการพีชคณิตลอจิก

คือ $Y = \overline{A}B + A\overline{B}$

$= A \oplus B$

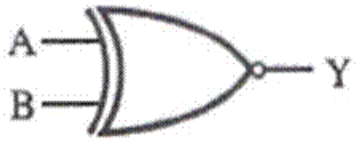
เกตภายในของ เอ็กซ์คลูซีฟออร์



$A \oplus B = A\overline{B} + \overline{A}B$

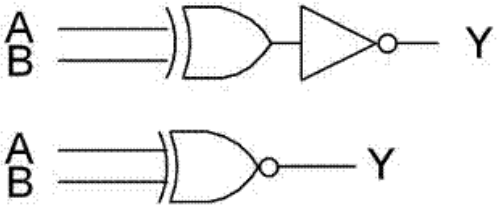
2-1.7 เกต เอกซ์คลูซีฟนอร์

เกตชนิดนี้คล้ายกับเอกซ์คลูซีฟ-ออร์เกต ซึ่งเกิดจากการนำเอาเกตชนิดอื่นมาประยุกต์ใช้งาน แต่จะต่างกันตรงที่ค่าที่ได้จากเอาต์พุตจะตรงข้ามกัน ถ้าสัญญาณอินพุตเป็น “1” หรือ “0” ทั้งคู่ จะเป็นผลทำให้เอาต์พุตเป็น “1” ทันที ดังนั้น เกตชนิดนี้จึงเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า คอมพาราเตอร์ (Comparator)



A	*B*	*Y*
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

รูปที่ 2-7 แสดงสัญลักษณ์ และตารางความจริงของเกตเอกซ์คลูซีฟนอร์



สมการพีชคณิตลดจิกคือ

$$Y = AB + \overline{A}\,\overline{B}$$

$$= \overline{A \oplus B}$$

$$= A \odot B$$

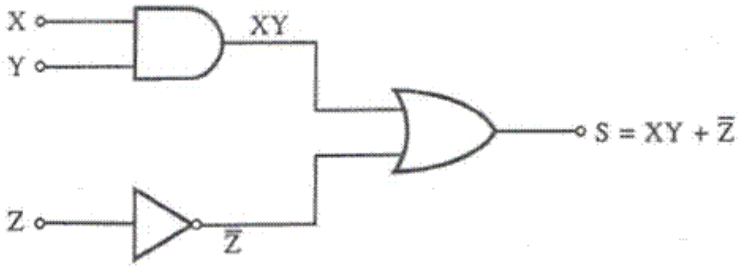
เกตเอ็กซ์คลูซีฟออร์-น็อต
คือ เกตเอ็กซ์คลูซีฟ-นอร์

2-2 การเขียนสมการพีชคณิตจากวงจรลอจิก

การเขียนสมการพีชคณิตจากวงจรลอจิก ใช้หลักการพิจารณาจากรูปวงจรลอจิกทีละส่วน เริ่มจากทางอินพุตค่อย ๆ พิจารณาไปทางเอาต์พุตเป็นลำดับ แล้วนำสมการในแต่ละเกตมารวมกันตามคุณสมบัติของเกตนั้น ๆ ชื่อของตัวแปรอินพุตและเอาต์พุต นิยมใช้ เป็นตัวอักษรภาษาอังกฤษ เช่น A B C D หรือ X Y Z เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 2-1 จงเขียนสมการเอาต์พุตของวงจร

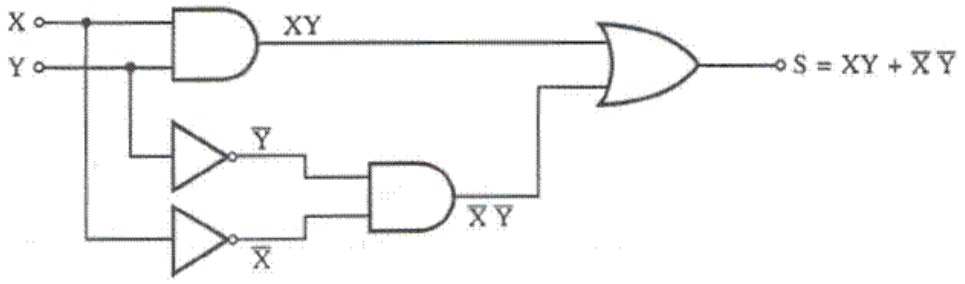
<u>วิธีทำ</u>



รูปที่ 2-8

ตัวอย่างที่ 2-2 จงเขียนสมการเอาต์พุตของวงจร

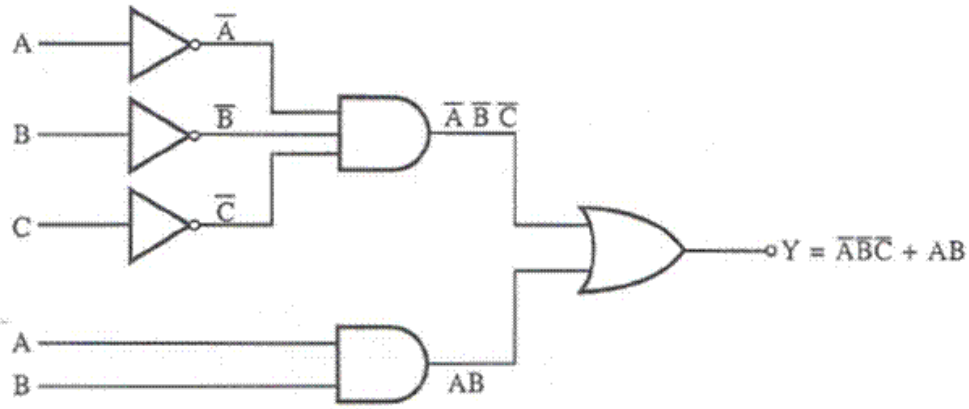
<u>วิธีทำ</u>



รูปที่ 2-9

ตัวอย่างที่ 2-3 จงเขียนสมการเอาต์พุตของวงจร

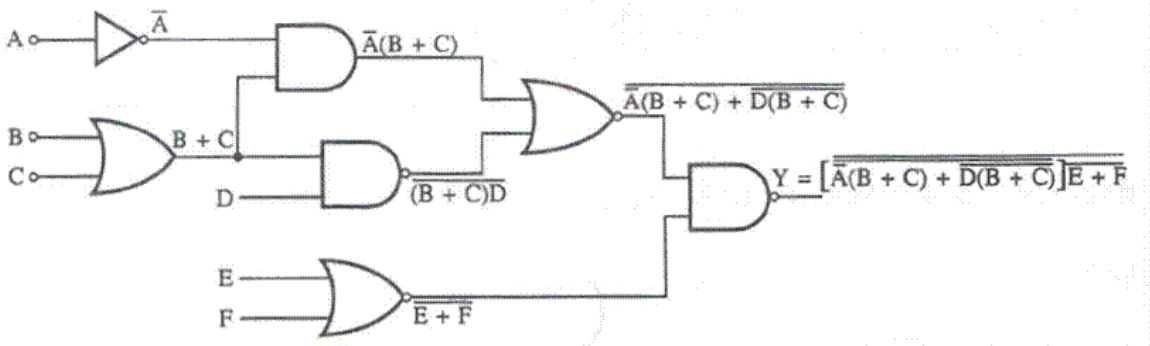
<u>วิธีทำ</u>



รูปที่ 2-10

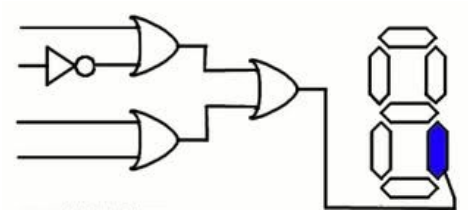
ตัวอย่างที่ 2-4 จงเขียนสมการเอาต์พุตของวงจร

<u>วิธีทำ</u>



รูปที่ 2-11

2-3 การเขียนวงจรลอจิกจากสมการพีชคณิต



การเขียนวงจรลอจิกจากสมการพีชคณิต จะต้องพิจารณาจากสมการเป็นส่วน ๆ เขียนจากส่วนย่อยไปหาส่วนใหญ่ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2-5 จงเขียนวงจรลอจิกจากสมการพีชคณิตต่อไปนี้

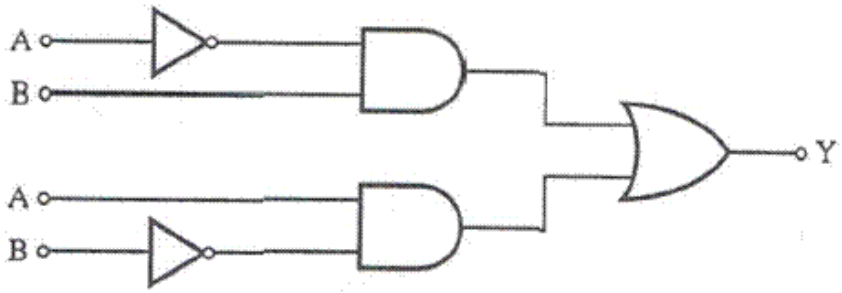
(1) $Y = \overline{A}B + A\overline{B}$

(2) $S = (X+Y)\cdot(\overline{X}\ \overline{+Y})$

(3) $Y = \overline{AB+CD}$

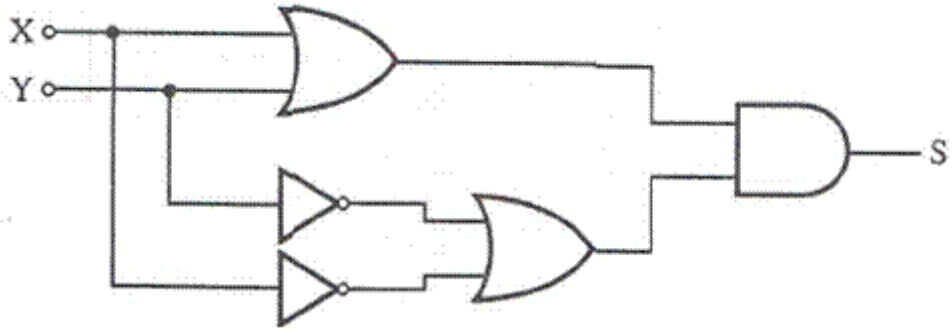
(4) $Y = AB(C\overline{D}+EF)$

วิธีทำ (1) $Y = \overline{A}B + A\overline{B}$



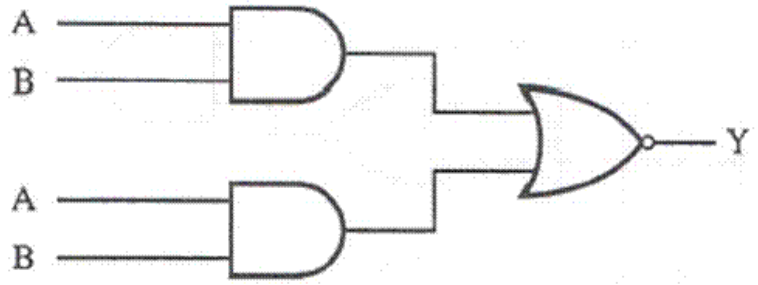
รูปที่ 2-12

(2) $S = (X+Y)\cdot(\overline{X}\ \overline{+Y})$



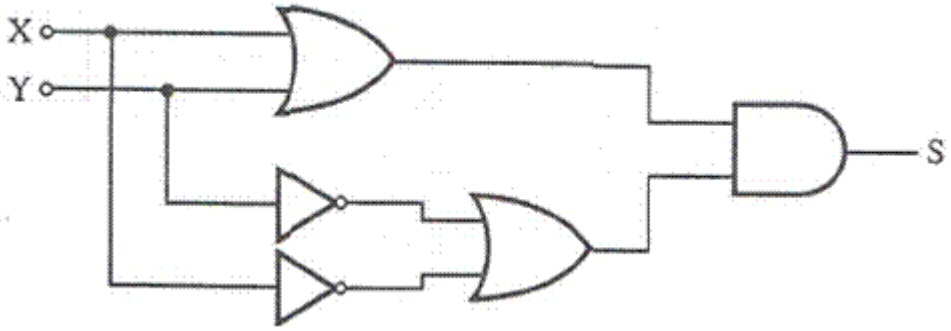
รูปที่ 2-13

(3) $Y = \overline{AB + CD}$



รูปที่ 2-14

(4) $Y = AB(C\overline{D} + EF)$



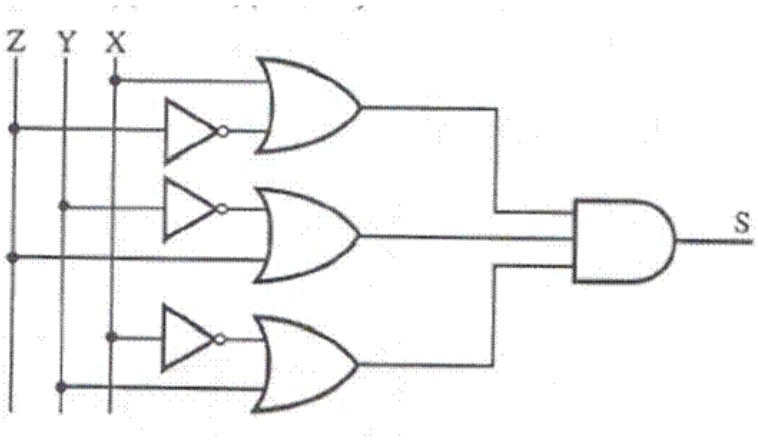
รูปที่ 2-15

ตัวอย่างที่ 2-9 จงเขียนวงจรลอจิกจากสมการพีชคณิตต่อไปนี้

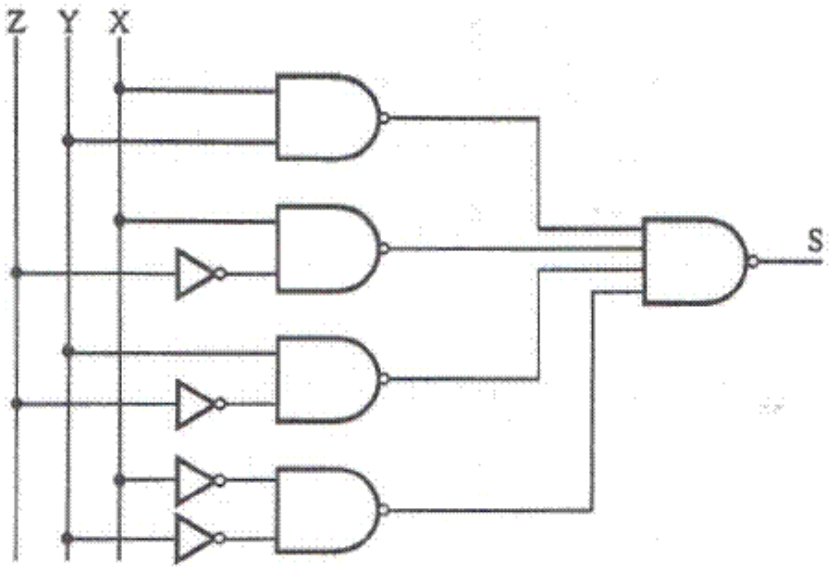
$(1) \quad S = (X + \overline{Z})(\overline{Y} + Z)(\overline{X} + Y)$ $\qquad$ $(2) \quad S = \overline{(\overline{XY})(\overline{XZ})(\overline{YZ})(\overline{XY})}$

วิธีทำ

$(1) \quad S = (X + \overline{Z})(\overline{Y} + Z)(\overline{X} + Y)$



(2) $S = (\overline{\overline{XY}})(\overline{\overline{XZ}})(\overline{\overline{YZ}})(\overline{\overline{XY}})$



2-4 การหาสถานะเอาต์พุตของวงจรลอจิก

การหาสถานะเอาต์พุต ของวงจรลอจิก สามารถหาได้จากการเขียนตารางความจริง (Truth table) ตารางความจริงนี้มีหลักการเขียนสถานะของอินพุตที่ไม่ซ้ำกันได้โดยง่าย อาศัยเลขฐานสอง โดยกำหนดสถานะอินพุตเพียง 2 สถานะ คือ “0” หรือ “1” ตารางความจริงจะมีจำนวนกี่ช่องหรือกี่ลำดับนั้นขึ้นอยู่กับจำนวนอินพุตของวงจร เช่น 2 อินพุต ก็จะได้ 2^2 ช่อง ดังนั้น ถ้า n อินพุต ก็จะได้สถานะของอินพุตที่ไม่ซ้ำกันเท่ากับ 2^n

ตัวอย่างที่ 2-10_ จงเขียนตารางความจริงของสมการ $S = X + Y(\overline{X} + \overline{Y})$

วิธีทำ

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$(\overline{X} + \overline{Y})$	$Y(\overline{X} + \overline{Y})$	$S = X + Y(\overline{X} + \overline{Y})$
0	0	1	1	1	0	0
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	0	0	0	1

ตัวอย่างที่ 2-11_ จงเขียนตารางความจริงของสมการ $Y = A + \overline{B}C + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$

วิธีทำ

A	B	C	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{C}$	$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$	$\overline{B}C$	$Y = A + \overline{B}C + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$
0	0	0	1	1	1	1	0	1
0	0	1	1	1	0	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	1
1	0	1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0	0	1
1	1	1	0	0	0	0	0	1

ตัวอย่างที่ 2-12 จงเขียนตารางความจริงของสมการ $F = A \cdot (B + \overline{C})$

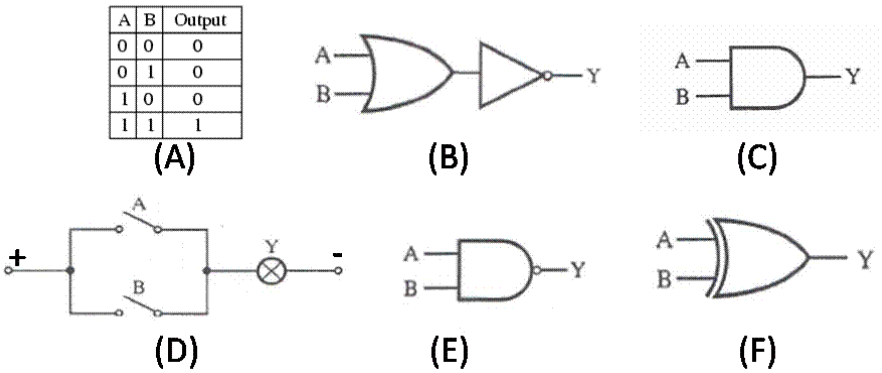
วิธีทำ

A	B	C	$\overline{C}$	$B + \overline{C}$	$F = A \cdot (B + \overline{C})$
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	1

แบบฝึกหัดบทที่ 2 เรื่องฟังก์ชันลอจิก

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

จากรูปที่ 2-16 ใช้ตอบคำถามข้อ 1 - 5



รูปที่ 2-16

1. เกตแอนด์ คือข้อใด

   ก. B ข. C

   ค. E ง. F

2. เกตออร์ คือข้อใด

   ก. A ข. B

   ค. C ง. D

3. เกตน็อต-แอนด์ คือข้อใด

   ก. C ข. D

   ค. E ง. F

4. เกตนอร์ คือข้อใด

   ก. A ข. B

   ค. E ง. D

5. เกตเอ็กซ์คลูซีฟ ออร์ คือข้อใด

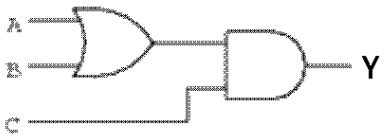
ก. F ข. D

ค. C ง. A

6. จากวงจรลอจิกต่อไปนี้ เอาต์พุต Y คือข้อใด

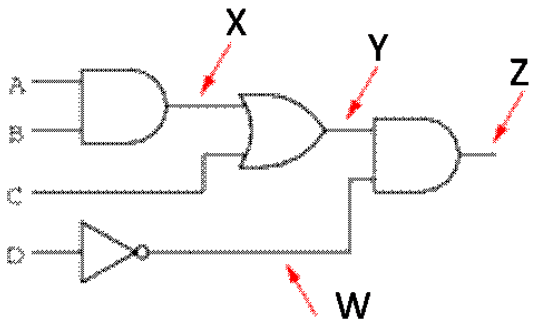
ก. $A.(C+B)$ ข. $C+(A.B)$

ค. $C.(A+B)$ ง. $A+(C.B)$



รูปที่ 2-17

จากรูป 2-18 ใช้ตอบคำถามข้อ 7 – 8



รูปที่ 2-18

7. จากวงจรด้านบน เอาต์พุตที่จุด W คือ ข้อใด

ก. $\overline{C}$ ข. $\overline{D}$

ค. $\overline{A}$ ง. D

8. จากวงจรด้านบน เอาต์พุตที่จุด Z คือ ข้อใด

ก. $\overline{D}.(AB+C)$ ข. $\overline{D}.((A+B).C))$

ค. $\overline{D}.(AB+C)$ ง. $\overline{D}.(\overline{AB}+C)$

จากตารางความจริงต่อไปนี้ ใช้ตอบคำถาม ข้อ 9-10

A	B	C	$\overline{A}$	$A+\overline{B}$	$F = C.(\overline{A}+B)$
0	0	0	1	1	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	***X***	***Y***	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	***W***	***Z***
1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	1

9. จากตารางความจริงด้านบน ค่าลอจิกของ X และ Y คือข้อใด

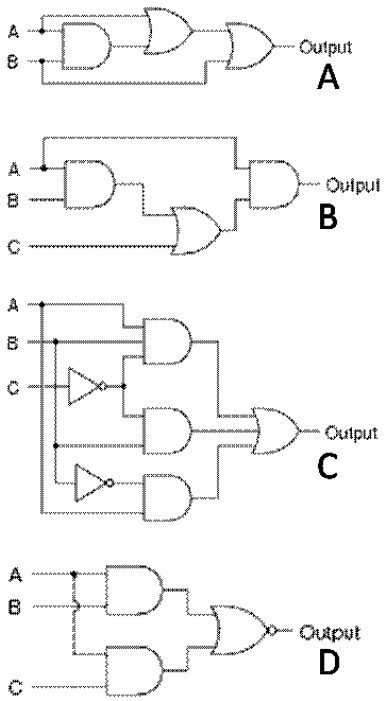
ก. 1 , 1 ข. 1 , 0

ค. 0 , 0 ง. 0 , 1

10. จากตารางความจริงด้านบน ค่าลอจิกของ W และ Z คือข้อใด

ก. 1 , 1 ข. 1 , 0

ค. 0 , 0 ง. 0 , 1



11.สมการลอจิก Output = $AB\overline{C}+B\overline{C}+A\overline{B}$ คือวงจรในข้อใดในรูปที่ 2-19

ก. วงจร A ข. วงจร B

ค. วงจร C ง. วงจร D

12.สมการลอจิก Output = $\overline{AB+AC}$ คือวงจรข้อใดในรูปที่ 2-19

ก. วงจร A ข. วงจร B

ค. วงจร C ง. วงจร D

รูปที่ 2-19